SL第47回　　SL-47-MBD(1)_8.3_8章二つの物体間の拘束式 3

もっと知りたい方は
nobushim@motionlabo.comまで

今回はSL(short lecture)通算第47回目。8章の剛体系の拘束方程式の内容を十五回にわたって講義している。今回はその三回目として二つの物体間の拘束式について学ぶ。　2024.05.02　清水

8.3　二つの物体間の拘束式

二つの物体間を拘束する幾何学的なジョイントの拘束式を導出する。

8.3.1 球ジョイント、ユニバーサルジョイント、回転ジョイント

(a) 球ジョイント　　図8.3に球ジョイント(ボール・ソケットジョイント)を示す。点 B は枠 $\boldsymbol{i}$ 上の点 B_i と枠 j 上の点 B_j が一致した共通の点である。

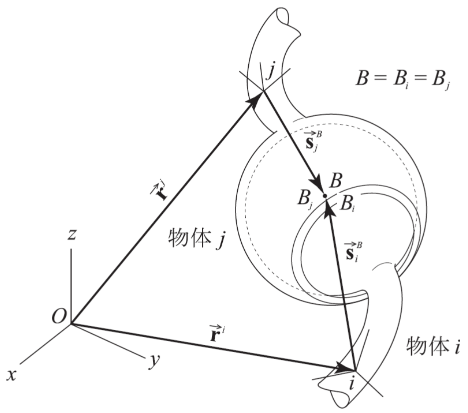

図8.3.1　球ジョイント

この拘束式は $\vec{\mathbf{r}}^j + \vec{\mathbf{s}}_j^B - \left(\vec{\mathbf{r}}^i + \vec{\mathbf{s}}_i^B\right) = \vec{\mathbf{0}}$ であるから、枠 O と枠 $\boldsymbol{i}$， j に関する成分表示の方程式は式(8. 18)となる。この拘束式の仮想変位は式(8. 19)となる。

$$\mathbf{C}^{(s)}\left(B_i, B_j\right) \overset{(3)}{\equiv} \mathbf{r}^j + \mathbf{A}^{Oj}\mathbf{s}'^B_j - \mathbf{r}^i - \mathbf{A}^{Oi}\mathbf{s}'^B_i = \mathbf{0} \tag{8. 18}$$

$$\delta\mathbf{C}^{(s)}\left(B_i, B_j\right) = \delta\mathbf{r}^j - \mathbf{A}^{Oj}\tilde{\mathbf{s}}'^B_j\boldsymbol{\delta\theta}'^{Oj} - \delta\mathbf{r}^i + \mathbf{A}^{Oi}\tilde{\mathbf{s}}'^B_i\boldsymbol{\delta\theta}'^{Oi} = \mathbf{0} \tag{8. 19}$$

[復習8.3_1]　座標変換マトリックス $\mathbf{A}^{Oj}$ の変分

枠 j から枠 O への座標変換マトリックス $\mathbf{A}^{Oj}$ の変分を式(7.16)に基づいて簡単に復習してみよう。これは、SL-39の式(7.16)であり，つぎのように与えられている。

$$\delta\mathbf{A}^{Oj} = \mathbf{A}^{Oj}\boldsymbol{\delta}\tilde{\boldsymbol{\theta}}'^{Oj} \qquad (7.16)$$

したがって、式(8.18)の $\mathbf{A}^{Oj}\mathbf{s}'^{B}_{j}$ の変分は

$$\delta(\mathbf{A}^{Oj}\mathbf{s}'^{B}_{j}) = (\delta\mathbf{A}^{Oj})\mathbf{s}'^{B}_{j} + \mathbf{A}^{Oj}\underbrace{\delta\mathbf{s}'^{B}_{j}}_{=0} \underset{(7.16)}{=} \mathbf{A}^{Oj}\boldsymbol{\delta}\tilde{\boldsymbol{\theta}}'^{Oj}\mathbf{s}'^{B}_{j} = -\mathbf{A}^{Oj}\tilde{\mathbf{s}}'^{B}_{j}\boldsymbol{\delta\theta}'^{Oj}$$

と変形される。

式(7.16)からわかる通り、座標変換マトリックス $\mathbf{A}^{Oj}$ の変分 $\delta\mathbf{A}^{Oj}$ には、姿勢情報 $\mathbf{A}^{Oj}$ 自身が必要であり、$\mathbf{A}^{Oj}$ を基点に微小回転 $\boldsymbol{\delta\theta}'^{Oj}$ が行われることから、$\delta\mathbf{A}^{Oj} = \mathbf{A}^{Oj}\boldsymbol{\delta}\tilde{\boldsymbol{\theta}}'^{Oj}$ と与えられることが予想される。このように回転量の変分には積則が成り立つ。なお、$\boldsymbol{\delta\theta}'^{Oj}$ は物質固定枠から見た量(物質量)である。