

今回はSL(short lecture)通算第23回目。5章の角速度・速度および角加速度・加速度の内容を十回にわたって講義している。今回はその七回目として角速度と回転角の時間微分のうちタイト・ブライヤン角の時間微分について学ぶ。
2022.03.17 清水

5.3.2 タイト・ブライヤン角の時間微分

回転角速度 $\vec{\omega}^{OB}$ の $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ の回転変換後の最終枠 B の成分表示 $\omega^{'OB}$ とタイト・ブライヤン角 $\theta_T = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ の時間微分 $\dot{\theta}_T$ との間には

$$\omega^{'OB} = \mathbf{G}'_T \dot{\theta}_T \quad (5.57)$$

の関係がある。ここで $\mathbf{G}'_T$ は

$$\mathbf{G}'_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

となる。 $(\mathbf{G}'_T)^{-1}$ は

$$(\mathbf{G}'_T)^{-1} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

となる。 $\theta = \pi/2 + n\pi$, $n = 0, \pm 1, \dots$ に近づくと数値的困難を生ずる。

[復習5.3_2] タイト・ブライヤン角の復習

オイラー角の時間微分(SL第22回、5.3.1項)のところでも述べたように角速度は積分できない量であるために、回転角の時間微分を積分して回転角を求めることが必要であり、このような式は不可欠である。

タイト・ブライヤン角の変換は軸 $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ の順序の変換である。この変換を

SL第16回を参考にしながら復習する。

ψ, θ, ϕ はタイト・ブライヤン (Tait - Bryan) 角である。特に、図4.8の運動を例にとると、車体長手の前進方向を X 軸、横方向を Y 軸、これと垂直な上方向を Z 軸とすると、 ϕ はロール角 (ヘッディング)、 θ はピッチ角 (姿勢)、 ψ はヨー角 (バンク) である。

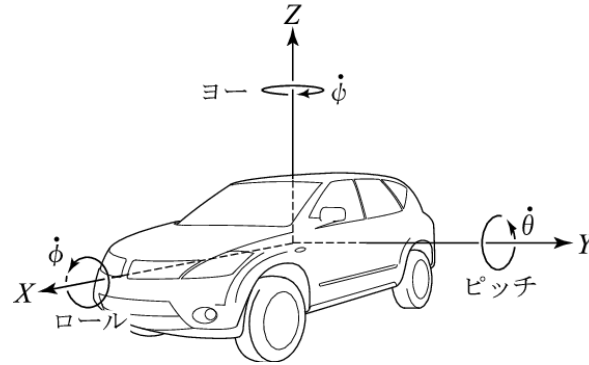
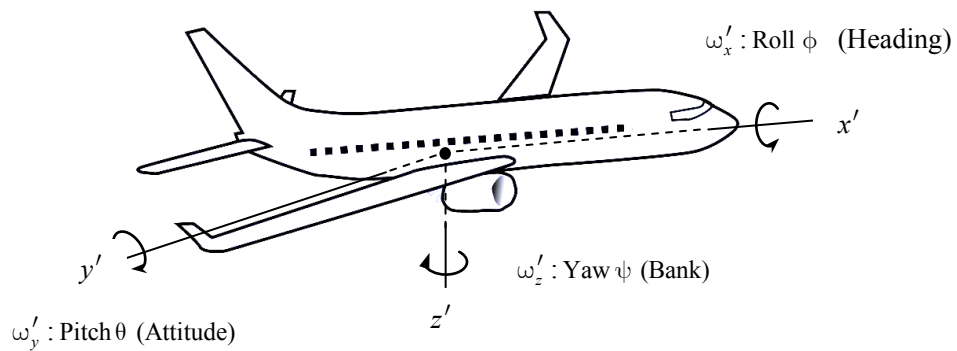


図 4.8 車両の動力学におけるヨー軸，ピッチ軸，ロール軸

この変換は飛行機に対して NASA Standard Airplane として付図5.1のように用いられている。車と異なり全体枠 X, Y, Z および物体固定枠 x', y', z' いずれにおいても Z 軸、 z' 軸は下向きが正に取られていることに注意して欲しい。



付図5.1 飛行機に取り付けられた物体枠
(Pinterestを加工した。著者に感謝する)